EXAMPLE $\quad X \sim 2$ DIMENSIONS. $-$ M.L. ESTIMATE

$$\mathcal{X} = \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix} \right\}$$

5 SAMPLES.

FROM EACH WE GET X. $\{x_1 \ldots x_5\}$

$$\hat{\mu} = \frac{\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix}}{5} = \frac{\begin{bmatrix} 10 \\ 15 \end{bmatrix}}{5} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$\underline{\hat{\mu} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}}$$

COVARIANCE $\quad (x_i - \hat{\mu})(x_i - \hat{\mu})^T$

$$\{(x_i - \hat{\mu})\} = \left\{ \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \right\}$$

$$\hat{\Sigma} = \frac{\begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -1 & -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -1 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 & -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix}}{5}$$

$$= \frac{\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}}{5} = \underline{\underline{\begin{bmatrix} 0.8 & 0.6 \\ 0.6 & 1.2 \end{bmatrix}}}$$